Quelques informations pour l'étude de la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \sin 2t + 2(\sin t + \cos t) \\ y(t) = \cos 2t \end{cases}$$

1. Les fonctions x et y sont périodiques de période 2 π.

2. On peut remarquer que M(t) et $M(\frac{\pi}{2} - t)$ sont symétriques par rapport à (x'x). L'intervalle d'amplitude 2 π devra être $\left[-\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$ si on veut bénéficier de la symétrie ; en effet $t \in \left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right] \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} - t \in \left[-\frac{3\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

On pourra ainsi limiter l'étude de la courbe à l'intervalle $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$.

3. L'étude de y sur $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$ n'offre pas de difficulté par contre on pourra montrer que : $x'(t) = 2(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t + 1)$ puis étudier le signe de chaque facteur dans $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right]$ puis dans $\left[\pi;\frac{5\pi}{4}\right]$.

4. On montrera enfin que la tangente à la courbe en $t = \pi$ est dirigée par le vecteur $\vec{u}(1;-2)$.