

# Valeur diagnostique d'un test médical

Jean-Paul Quelen

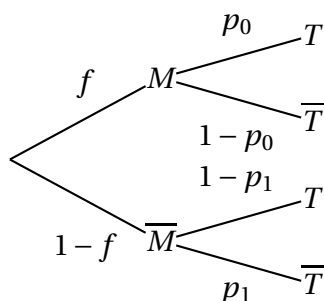
9 février 2007

Les tests médicaux utilisés pour dépister des maladies ne sont jamais fiables à 100%. Deux types d'erreurs peuvent se produire : le test est positif alors que la personne n'est pas malade, le test est négatif alors que la personne est malade.

Un des objectifs du fabricant du test est de connaître et de minimiser ces types d'erreur. Mais il y a une donnée que le laboratoire ne peut pas contrôler : c'est la proportion de malades dans une population.

Or la probabilité qu'une personne soit malade, sachant que le test est positif, dépend fortement de cette proportion. On se propose ici d'étudier cette dépendance.

On note ici  $p_0$  la probabilité que le test soit positif sachant que la personne est malade, c'est ce qu'on appelle la sensibilité du test et  $p_1$  la probabilité que le test soit négatif sachant que la personne n'est pas malade, c'est ce qu'on appelle la spécificité du test.



Si  $f$  est la proportion de gens malades encore appelée prévalence, la probabilité que le test soit positif est, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = f p_0 + (1 - f)(1 - p_1)$$

Ainsi la valeur diagnostique du test, c'est à dire la probabilité qu'une personne soit malade sachant que le test est positif est d'après la définition des probabilités conditionnelles :

$$P_T(M) = \frac{f p_0}{f p_0 + (1 - f)(1 - p_1)}$$

De même la probabilité qu'une personne ne soit pas malade sachant que le test est négatif est d'après la définition des probabilités conditionnelles :

$$P_{\bar{T}}(\bar{M}) = \frac{(1 - f) p_1}{f(1 - p_0) + (1 - f) p_1}$$

Application numérique :  $p_0 = p_1 = 0,99$ .  $P_T(M) = \frac{99f}{98f + 1}$  et  $P_{\bar{T}}(\bar{M}) = \frac{99(1 - f)}{99 - 98f}$ .

Si par exemple  $f = 1\%$  alors  $P_T(M) \approx 0,5$  et  $P_{\bar{T}}(\bar{M}) \approx 0,9999$ . Avec  $f = 0,1\%$ ,  $P_T(M) \approx 0,09$  et  $P_{\bar{T}}(\bar{M}) \approx 0,99999$ .

Par conséquent si le test est négatif, on a la quasi certitude que la personne n'est pas malade mais si le test est positif, il y a une chance sur deux pour que la personne soit malade ( $f = 1\%$ ). C'est une probabilité qui reste très faible malgré une bonne sensibilité et une bonne spécificité. Ceci oblige à rester prudent et à pratiquer d'autres tests ou analyses plus fins avant de conclure sur l'état du patient.